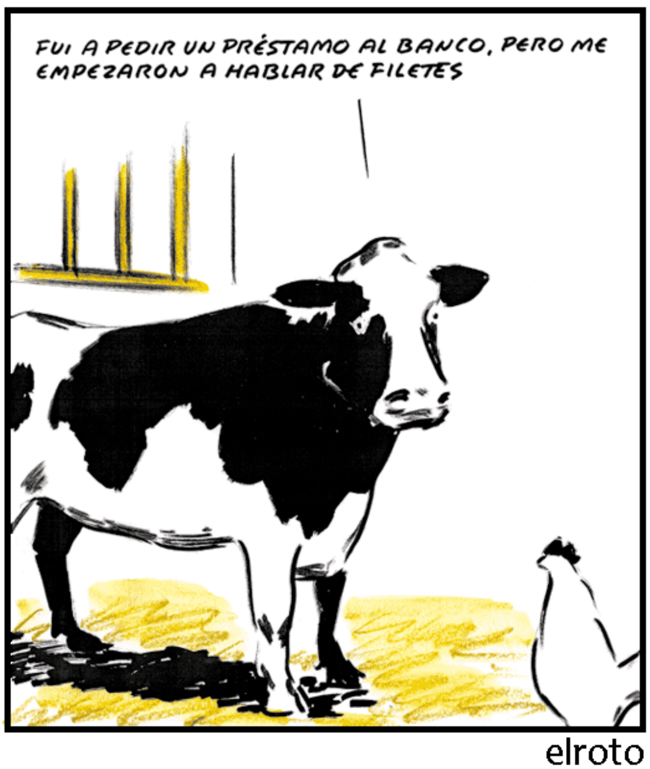
El rincón de la Ciencia I.S.S.N.: 1579-1149 nº 66 (febrero-2014)

¿Los bancos nos engañan? (2) De las matemáticas y las hipotecas (RC-154)

Juan Carlos Sanz-Martín.*
Químico-Físico.
Investigador del CIEMAT (Ministerio de Economía y Competitividad).
Miembro de la Asociación Española de Comunicación Científica.
Premio MENSA-Omnia a la divulgación científica.



En un artículo anterior (ver *ERC,* 62) intenté mostrar que conocer matemática elemental dificulta que nos hagan trampas las entidades financieras desaprensivas. En éste sigo con tal empeño, pues he advertido que algunos bancos tratan de sisar a cuantos tienen un préstamo hipotecario cuyo contrato especifique un

* El autor se complace en manifestar un íntimo agradecimiento a Andrés Rábago, *El Roto,* por su generosidad al permitir que una de sus viñetas ilustre el artículo.

tipo de interés modificable. Esa sisa, que suele acontecer cuando cambia el importe de la cuota mensual, viene asociada con la mudanza del tipo de interés si el deudor efectuó previamente alguna amortización parcial anticipada.

El francés con tipo de interés revisable es lo más común

Con los datos del INE (Instituto Nacional de Estadística) y la ADICAE (Asociación de Usuarios de Bancos, Cajas y Seguros) cabe afirmar que casi el 90 % de los préstamos hipotecarios de las familias españolas se otorgan con amortización mensual francesa y tipo de interés nominal que varía (cada seis o doce meses, en general siguiendo las fluctuaciones del euribor).

En los contratos de tal clase de préstamos aparecen múltiples expresiones matemáticas, pero hoy sólo nos atañe la que tiene esta o parecida pinta:

$$Q = \frac{C \cdot \left(\frac{R}{1.200}\right)}{1 - \left[1 + \left(\frac{R}{1.200}\right)\right]^{-m}} \qquad [1]$$

Q = importe mensual de la cuota (en €).
C = capital pendiente de amortizar (en €).
R = tipo de interés nominal anual pactado (en tanto por ciento).
m = número de vencimientos mensuales "equivalentes" pendientes de pagar.

con ella se calcula el importe total (incluye intereses y amortización de capital) de las cuotas mensuales que deben abonarse.

Estudio de un caso fácilmente generalizable

Supongamos dos personas, que llamaremos Berta y Álvaro, a quienes cierta entidad financiera les concedió en su día sendos préstamos hipotecarios con amortización mensual francesa y tipo de interés variable. Ambos deudores, que cumplen a rajatabla su contrato crediticio, saldan oportunamente sus respectivas cuotas, de suerte que, en determinado momento, las tablas de amortización (construidas con los simuladores de la página *web* del Banco de España) son:

TABLA 1: de amortización de Berta

Vencimiento *v-ésimo*	Tipo nominal *R*	Cuota *Q*	Amortizado $A_v = Q - I_v$	Intereses $I_v = C_{v-1} \cdot \left(\frac{R}{1.200}\right)$	Capital pendiente $C_v = C_{v-1} - A_v$
0					205.585,02 €
1	3,549 %	1.059,15 €	451,13 €	608,02 €	205.133,89 €
2	3,549 %	1.059,15 €	452,47 €	606,68 €	204.681,42 €
3	3,549 %	1.059,15 €	453,80 €	605,35 €	204.227,62 €
…	…	…	…	…	…
287	3,549 %	1.059,15 €	1.049,80 €	9,35 €	2.110,74 €
288	3,549 %	1.059,15 €	1.052,91 €	6,24 €	1.057,83 €
289	3,549 %	1.059,15 €	1.056,02 €	3,13 €	1,81 €
290	3,549 %	1,82 €	1,81 €	0,01 €	0,00 €
SUMA TOTAL		306.096,17 €	205.585,02 €	100.511,15 €	

TABLA 2: de amortización de Álvaro

Vencimiento *v-ésimo*	Tipo nominal *R*	Cuota *Q*	Amortizado $A_v = Q - I_v$	Intereses $I_v = C_{v-1} \cdot \left(\frac{R}{1.200}\right)$	Capital pendiente $C_v = C_{v-1} - A_v$
0					205.585,02 €
1	3,549 %	1.056,84 €	448,82 €	608,02 €	205.136,20 €
2	3,549 %	1.056,84 €	450,15 €	606,69 €	204.686,05 €
3	3,549 %	1.056,84 €	451,48 €	605,36 €	204.234,57 €
…	…	…	…	…	…
287	3,549 %	1.056,84 €	1.044,43 €	12,41 €	3.152,63 €
288	3,549 %	1.056,84 €	1.047,52 €	9,32 €	2.105,11 €
289	3,549 %	1.056,84 €	1.050,61 €	6,23 €	1.054,50 €
290	3,549 %	1.057,62 €	1.054,50 €	3,12 €	0,00 €
SUMA TOTAL		306.484,38 €	205.585,02 €	100.899,36 €	

Como se ve en estos cuadros, aunque pagan cuotas ligeramente distintas, Berta y Álvaro ahora tienen idéntica deuda hipotecaria (es decir, igual capital pendiente): 205.585,02 €, y les queda el mismo número de vencimientos mensuales: 290. No obstante, los historiales de estas dos operaciones crediticias, sin duda, son diversos. Para nuestro propósito, bastará saber que, en alguna etapa anterior, Berta realizó lo que se llama una amortización parcial anticipada, solicitando a la entidad bancaria que mantuviera intactas las cuotas mensuales restantes [*] y, por ello, el importe de la última es bastante menor que el de todas las precedentes. Retened este dato, que luego tendrá eco.

[*] ¡Atención!, algunas financieras, contraviniendo las buenas prácticas, no mantienen la cuantía de la cuota en estos casos, por más que así se les solicite, lo que igualmente es un fraude.

Ciertamente, la cuota satisfecha por Berta, salvo la final, es mayor que la de Álvaro, pero, al contrario que éste, aquélla abonará una menor cantidad total de intereses (por este concepto, si el tipo nominal permaneciera inalterable, Berta saldaría 100.511,15 € al final del préstamo y Álvaro, 100.899,36 €).

Sin embargo, como dije al principio, ambos contratos de préstamo tienen tipo nominal periódicamente revisable. Asumamos que, justo en este instante, cuando el capital pendiente es: C = 205.585,02 €, cambia el tipo de interés, adoptando en uno y otro caso un valor común: R = 2,595 %. ¿Qué importe tendrán las nuevas cuotas de Berta y Álvaro?

Desafortunadamente, la mayoría de las entidades financieras lo calculan mal, incluso muy mal, y, lo que es diabólico, ¡con el visto bueno del Banco de España!, cuyo Servicio de Reclamaciones asevera que "no puede pronunciarse sobre tales cuestiones" [*] desde su departamento de consultas.

¿Qué hacen los bancos en la peor circunstancia? Pues bien, aduciendo no se sabe qué pretexto "técnico" ("adecuación de la cuota", pueden bautizarlo), sacado de la manga como el as de los tramposos, proclaman que el tamaño de m es el mismo para Berta y Álvaro. Con este valor (o sea, considerándolo 290) y el de los parámetros C y R (¡ojo!, el revisado), que ya hemos enunciado, toman la fórmula [1] y, operando con ella, aseguran que la nueva cuota de los dos deudores es la misma: Q = 955,03 €, y, por tanto, con idéntico cuadro de amortización:

TABLA 3

Vencimiento *v-ésimo*	**Tipo nominal** *R*	**Cuota** *Q*	**Amortizado** $A_v = Q - I_v$	**Intereses** $I_v = C_{v-1} \cdot \left(\frac{R}{1.200}\right)$	**Capital pendiente** $C_v = C_{v-1} - A_v$
0					205.585,02 €
1	2,595 %	955,03 €	510,45 €	444,58 €	205.074,57 €
2	2,595 %	955,03 €	511,56 €	443,47 €	204.563,01 €
3	2,595 %	955,03 €	512,66 €	442,37 €	204.050,35 €
…	…	…	…	…	…
287	2,595 %	955,03 €	946,82 €	8,21 €	2.851,62 €
288	2,595 %	955,03 €	948,86 €	6,17 €	1.902,76 €
289	2,595 %	955,03 €	950,92 €	4,11 €	951,84 €
290	2,595 %	953,90 €	951,84 €	2,06 €	0,00 €
SUMA TOTAL		276.957,57 €	205.585,02 €	71.372,55 €	

Pero, fijaos bien en las Tablas 1 y 2. Antes de la revisión el monto de las cuotas que estaba abonando Berta era ligeramente superior al de Álvaro, mas, al concluir el préstamo, he aquí lo principal, Berta hubiera llegado a liquidar unos in-

[*] Respuesta con Ref. Sal. 2013S10617 a la consulta C-201300285, formulada el 18 de febrero de 2013.

tereses que, en total, serían menores que los de Álvaro. Sin embargo, ¿qué embrujo ha eliminado estos contrastes tras la revisión?

Sencillamente, que el banco trata de timar a Berta. Por un lado, al afirmar que antes de modificar el tipo de interés nominal eran equivalentes todos los plazos que le restaban por satisfacer, lo cual es falso. Y, por otro, porque tras esta mudanza la entidad bancaria incrementó en su caso el valor de *m,* quebrantando la aritmética financiera [*].

En efecto, y como ya apunté, analizando la Tabla 1 se constata que el importe de la última cuota mensual de Berta, esa que pondrá fin a su contrato de préstamo, resulta muy inferior al de las anteriores. Así pues, los vencimientos dejaron de ser uniformes, de manera que *m* ya no es un número natural cuyo valor pueda sustituirse sin más trámite en la fórmula [1].

Si Berta supiera matemáticas y manejase con soltura logaritmos [†], sin duda protestaría ante el banco. Primero, despejaría *m* en la fórmula [1]:

$$m = -\log_{\left[1+\left(\frac{R}{1.200}\right)\right]}\left[1-\frac{C}{Q}\cdot\left(\frac{R}{1.200}\right)\right] \qquad [2]$$

y luego, como *m* permanece constante aunque el tipo de interés nominal cambie, Berta podría establecer la siguiente igualdad:

$$\log_{\left[1+\left(\frac{R_a}{1.200}\right)\right]}\left[1-\frac{C}{Q_a}\cdot\left(\frac{R_a}{1.200}\right)\right] = \log_{\left[1+\left(\frac{R_p}{1.200}\right)\right]}\left[1-\frac{C}{Q_p}\cdot\left(\frac{R_p}{1.200}\right)\right]$$

R_a = tipo de interés nominal anual pactado (en tanto por ciento) anterior a la revisión.
Q_a = importe total de la cuota mensual (en €) anterior a la revisión del tipo.
R_p = tipo de interés nominal anual pactado (en tanto por ciento) posterior a la revisión.
Q_p = importe total de la cuota mensual (en €) posterior a la revisión del tipo.

a partir de la cual cabría deducir Q_p:

$$Q_p = \frac{C\cdot\left(\frac{R_p}{1.200}\right)}{1-\left[1+\left(\frac{R_p}{1.200}\right)\right]^{\log_{\left[1+\left(\frac{R_a}{1.200}\right)\right]}\left[1-\frac{C}{Q_a}\cdot\left(\frac{R_a}{1.200}\right)\right]}} \qquad [3]$$

[*] Además, aumentar el valor de *m* no sólo conculca la Ley 44/06, de 29 de diciembre, que prohíbe radicalmente el redondeo al alza de los tiempos, también equivale a redondear al alza el correspondiente tipo de interés nominal, pasando de 3,549 % a 3,570 %, lo que el Tribunal Supremo, en su sentencia de 4 de noviembre de 2010 (RJ 2010, 8021), declaró abusivo.
[†] Recordad que si $x = b^{-y} \Rightarrow y = -\log_b x$.

Con esta fórmula ya se logra determinar, tras la modificación del tipo de interés, el importe exacto de las mensualidades. El de Berta ahora es de 957,40 € y el de Álvaro, de 955,03 €. El primer resultado conduce a la siguiente Tabla de amortización:

TABLA 4: nueva de amortización de Berta

Vencimiento *v-ésimo*	**Tipo nominal** *R*	**Cuota** *Q*	**Amortizado** $A_v = Q - I_v$	**Intereses** $I_v = C_{v-1} \cdot \left(\frac{R}{1.200}\right)$	**Capital pendiente** $C_v = C_{v-1} - A_v$
0					205.585,02 €
1	2,595 %	957,40 €	512,82 €	444,58 €	205.072,20 €
2	2,595 %	957,40 €	513,93 €	443,47 €	204.558,27 €
3	2,595 %	957,40 €	515,04 €	442,36 €	204.043,23 €
…	…	…	…	…	…
287	2,595 %	957,40 €	951,21 €	6,19 €	1.910,47 €
288	2,595 %	957,40 €	953,27 €	4,13 €	957,20 €
289	2,595 %	957,40 €	955,33 €	2,07 €	1,87 €
290	2,595 %	1,87 €	1,87 €	0,00 €	0,00 €
SUMA TOTAL		276.690,47 €	205.585,02 €	71.105,45 €	

En consecuencia, asignar la Tabla 3 a Berta implica incrementar espuriamente el valor de *m.* Asimismo, el montante de las cuotas que ha proporcionado la fórmula [3] nos está diciendo que los plazos restantes de Álvaro son homogéneos (por tanto, el valor de *m* en su caso sí es un número natural, igual a 290), de modo que el nuevo cuadro de amortización correspondiente coincide con la Tabla 3. Finalmente, cotejando las Tablas 3 y 4, se repara en algo notable. Vuelven a surgir las disparidades previas al cambio: salvo la última, el importe de las mensualidades que debe satisfacer Berta supera ligeramente al de Álvaro y, en conjunto, ella pagará menos intereses que él al cancelar el préstamo.

Conclusiones

Se hayan o no efectuado amortizaciones parciales anticipadas con la observación de mantener el importe de la cuota (es decir, sea *m* un número natural o no lo sea), la fórmula [3] *siempre* permite calcular el importe exacto de las nuevas cuotas cuando se revisa el tipo nominal de interés de un préstamo con amortización mensual francesa que estipule la ecuación [1].

¡Un poco de matemática elemental acaso obstaculice que los bancos nos engañen!

NOTA: *Los valores numéricos se han obtenido con la ayuda de una calculadora de bolsillo CASIO fx-570ES PLUS. Por otro lado, cuando tuve necesidad de redondear hasta las centésimas (y nunca en los cálculos intermedios, pues ello incrementaría los errores), usé el algoritmo simétrico (o estadístico), algunas veces llamado "regla del cinco"* [*].

[*] Como la menor unidad monetaria que circula en España es el céntimo de euro, cuando el valor numérico expresa un pago o un cobro conviene redondearlo en las centésimas. La "regla del cinco" establece que esta segunda cifra decimal se redondeará, ya por exceso, cuando la siguiente (es decir, el tercer decimal) sea estrictamente superior a **cuatro,** ya por defecto, cuando la milésima sea estrictamente inferior a **cinco.**